

文章编号: 1000-7598 (2011) 07-2079-06

基于小波变换的岩石声发射信号 互相关分析及时延估计

康玉梅, 朱万成, 陈耕野, 尹筱琴

(东北大学 资源与土木工程学院, 沈阳 110004)

摘 要: 声发射全波形采集为基于波形分析的声源定位方法提供了可能。声发射源定位方法中最常用的是时差定位方法, 因此, 时差获取精确与否直接影响定位的精度。借助于小波变换和互相关技术研究声发射信号的时延估计, 首先利用小波分析技术对信号进行分解, 确定有意义信号的频带宽度, 再提取分解后的相应频带的小波系数, 利用互相关技术计算出该频带信号到达各传感器的时差, 进而利用时差定位法反演声发射源, 实现了声发射源更精确的定位。经声发射监测验证结果表明, 该时延估计方法能有效地减小声发射源定位的误差, 提高声发射源的定位精度, 为准确反演声发射源提供了一种有效途径。

关 键 词: 小波变换; 声发射; 互相关技术; 时延估计; 源定位

中图分类号: TU 459

文献标识码: A

Cross correlation analysis and time delay estimation of acoustic emission signals of rock based on wavelet transform

KANG Yu-mei, ZHU Wan-cheng, CHEN Geng-ye, YIN Xiao-qin

(College of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: The full wave form acquisition of acoustic emission (AE) signal provides the possibility of source location based on waveform analysis. The time differences between several sensors are commonly used for AE source location; and the accuracy of time differences has a direct influence on the location accuracy. Based on the wavelet transform cross correlation, the time delay estimation of AE signal is studied. Firstly, through wavelet analysis, signals are decomposed into a series of time-domain signals, each of which covers a specific octave frequency band. Then, the frequency band of meaningful signals were ascertained, based on which the wavelet coefficients of corresponding frequency band after being decomposed were extracted. Finally, the method of cross correlation was applied to reconstruct the signals, to calculate the arrival time of AE waves and to locate the AE source. The results indicate that: compared with the AE monitoring experimental results, the newly proposed AE location method using cross correlation based on wavelet transform can effectively improve the location accuracy of AE source; so as to provide an effective way for AE source inversion.

Key words: wavelet transform; acoustic emission (AE); cross correlation technique; time delay estimation; source location

1 引 言

判断声源位置是声发射检测的主要目的之一, 声源位置的确定有助于进一步对材料或结构损伤作出评估。声发射波形受到波在传播过程中的反射、折射和在材料的界面处发生波形转换等的影响, 这使得对声发射源准确定位存在一定的困难。声发射定位中最常见的是时差定位方法, 时差获取精确与

否直接影响定位的精度。不同传感器测得信号到达 (出现) 先后的时间差称作时间延迟^[1]。声发射源定位中的时延判定方法通常有 4 种^[2]: 阈值法、最大能量法、互相关函数法和基于模态分析和小波变换的时延方法。文献[3-6]表明: 阈值法是最直观的时延估计方法, 若信噪比低, 估计精度不能保证, 而且其结果和设置门槛值直接相关, 门槛设置稍有偏差, 就会造成很大的误差, 所以其不适用

收稿日期: 2011-09-26

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 50874024, No. 50934006); 国家重点基础研究发展计划 (973 计划) 项目 (No. 2007CB209405); 中央高校基本科研业务费资助 (No. N100401001, No. N090501001, No. N0901001); 霍英东教育基金会资助 (No. 122023)。

第一作者简介: 康玉梅, 女, 1973 年生, 博士, 副教授, 主要从事工程结构损伤检测和岩石破裂与失稳方面的研究。E-mail: kangyumei@mail.nen.edu.cn

于大范围的监测。而对于试验室岩石类材料的声发射监测,因为传播速度较快,但试样尺寸小,要求采用精确的时延判定方法,否则会造成较大的误差。相比较而言,通过小波变换对声发射信号进行有效的处理,有利于提高时延估计方法的精度。

互相关技术既适用于断续波之间的时延测量,也适用于连续波之间的时延测量^[7],这一技术已被成功地应用于管道和复合材料声发射检测的源定位^[8]。Wang 等^[9]把小波变换与相关分析结合起来对转子的摩擦声发射信号进行定位研究,得到了比对声发射信号直接做相关定位精度高的结论。杨建波等^[1]基于模态声发射和互相关技术,利用小波变换的方法,计算声发射波达时间,进行声发射源定位,提高了定位精度。Kwon 等^[10]基于模态声发射理论,将声发射源定位建立在给定的波形模态和频率基础上,利用小波分析方法提取针对复合材料不同损伤的声发射波相应的单一频率或某一很窄的频率段内的波形,选择形成波形的峰值,对衰减信号进行有效的补偿,通过设定相对于峰值的阈值或互相关方法计算时差,再进行声发射源定位,该方法可有效减小声发射源定位误差,提高定位精度。何先龙等^[11]考虑到判断场地剪切波到时差的困难,提出了用多重互相关函数来求得两剪切波的到时差的新方法,即多重互相关函数法,提高了单孔法剪切波速测量精度。

本文基于小波变换和互相关技术研究岩石材料声发射信号时延估计,进而利用时差定位法反演声发射源,有效地提高了声发射源的定位精度,为准确反演声发射源提供了一种有效的途径。

2 基于小波变换的互相关技术信号时延估计

时延估计(time delay estimation)是声源定位领域内的一项关键技术。它是指传感器阵列中不同传感器接收到的同源信号之间由于传输距离不同而引起的时间差,通过处理 3 个或更多的信号到达时间差实现目标定位。

同源信号由于信号传播距离不同,到达不同传感器或传感器阵列之间的时间延迟的估计有很多种方法,其中互相关是最基本的时延估计方法之一。互相关函数具有较强的抑制噪声的能力,能对有噪声的信号进行时延估计而得到较好的结果。

2.1 相关性分析

2.1.1 自相关性分析

研究 2 个变量之间的关系问题,就叫相关分

析^[12]。例如 x 和 y 之间存在确定的函数关系,则可以说两者函数相关。但对于 2 个随机变量来说,一般没有确切的函数关系,这种变量之间的关系称为概率相关。由于声发射信号属于随机信号的范畴,信号之间的关系应该属于概率相关。

对于一个随机过程 $x(t)$,它的自相关函数 $R_x(\tau)$ 定义为 $x(t)$ 与 $x(t+\tau)$ 乘积的平均值。假定 τ 为延迟时间, $2N$ 为采样点,则有:

$$R_x(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x(t)x(t+\tau) \quad (1)$$

如果对 $x(t)$ 以 Δt 的时间间隔进行采样,而单位延迟时间 $\Delta\tau = \Delta t$,那么 $\tau = n\Delta t$, $t = r\Delta t$ 。 n 为延迟时间序列, r 为 $x(t)$ 的时间序列,则可写成:

$$R_x(n) = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N x(r)x(r+n) \quad (2)$$

为了使 $R_x(n)$ 的每一点都有 N 个乘积的平均,则必须具备 $2N$ 个采样点。

2.1.2 互相关性分析

两个随机的时间历程 $x(t)$ 和 $y(t)$ 互相关函数的定义是 $x(t)$ 在 t 时 $y(t)$ 在 $t+\tau$ 时乘积的平均值,即

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x(t)y(t+\tau) \quad (3)$$

如果对 $x(t)$ 、 $y(t)$ 均以 Δt 的时间间隔进行采样,而单位延迟时间 $\Delta\tau = \Delta t$,那么 $\tau = n\Delta t$, $t = r\Delta t$ 。 n 为延迟时间序列, r 为时间序列,则可写成:

$$R_{xy}(n) = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N x(r)y(r+n) \quad (4)$$

由于互相关函数 $x(t)$ 和 $y(t)$ 均有物理单位,互相关函数值的大小不能说明这 2 个函数有多大的相关程度,而且需要严格的标尺和物理量换算,所以在实际处理中,宜用互相关系数来表达,即

$$\rho_{xy}(\tau) = \frac{R_{xy}(\tau)}{\sqrt{R_x(0)R_y(0)}}, |\rho_{xy}(\tau)| \leq 1 \quad (5)$$

2.2 基于小波变换的互相关时延估计

2.2.1 小波变换

设 $\psi(t) \in L^2(R)$, 若其傅立叶变换 $\Psi(\omega)$ 满足条件 $\int_R \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty$, 则称 $\psi(t)$ 为一个基本小波或小波母函数。将小波母函数 $\psi(t)$ 进行伸缩和平移,设其伸缩因子(又称尺度因子)为 a , 平移因子为 b , 令其平移和伸缩后的函数为 $\psi_{a,b}(t)$, 则有:

$$\psi_{a,b}(t) = a^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), a > 0, b \in R \quad (6)$$

式中: $\psi_{a,b}(t)$ 为依赖于参数 a, b 的小波基函数。

对信号函数 $x(t) \in L^2(R)$, 则 $x(t)$ 的小波变换^[13] 为

$$WT_x(a,b) = \langle x(t), \psi_{a,b}(t) \rangle = a^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (7)$$

小波变换具有多分辨率(也叫多尺度)的特点, 可以由粗到精地逐步分析信号。若把尺度理解为照相机镜头的话, 当尺度由大变小时, 就相当于改变照相机的焦距, 使照相机镜头由远到近接近目标。很显然, 在大尺度空间里, 对应远镜头下观测到的目标只是大致的概貌; 在小尺度空间里, 对应近镜头下, 可观测到目标的细微部分。因此, 有人把小波变换誉为分析信号的数学显微镜。

由多分辨率分析的定义^[13], 对于 $\forall x(t) \in L^2(R)$, 按以下空间组合展开:

$$L^2(R) = \sum_{j=-\infty}^J W_j \oplus V_J \quad (8)$$

式中: J 为任意设定的尺度, 则有:

$$x(t) = \sum_{j=J,k \in Z} d_{j,k} \phi_{j,k}(t) + \sum_{j < J, k \in Z} c_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (9)$$

式中: $c_{j,k} = \langle x(t), \phi_{j,k}(t) \rangle$ 称为尺度展开系数; $d_{j,k} = \langle x(t), \psi_{j,k}(t) \rangle$, 称为小波展开系数, 等号右端第 1 项求和是 $x(t)$ 在 V_J 上的逼近分量, 第 2 项求和则是不同尺度上的小波细节分量。可以看到, 当 $J \rightarrow \infty$ 时, 上式变为

$$x(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (10)$$

2.2.2 小波基的选取

小波分析中所用到的小波函数具有不惟一性, 即小波函数 $\psi(t)$ 具有多样性, 而且不同小波基分析同一个问题会产生不同的结果, 因此, 小波基的选取是个重要的问题。

小波基的选取应遵循综合考虑支撑长度、对称性和正则性或消失矩阶数的原则, 根据问题需要综合确定。小波基的正则性主要影响着小波系数重构的稳定性, 通常对小波要求一定的正则性(光滑性), 以便获得更好的重构信号。根据声发射信号的特点, 本文选取在时、频域都具有较好正则性的 Meyer 小波^[13-14]对信号进行分析和处理, 其在频域具有紧支集, 可更好地避免频域分析频率之间的能量交叉泄漏现象, 频率分辨率更易保证, 而在时域上具有较快的衰减性, 时域局部性亦较好。

2.2.3 基于小波变换的互相关时延估计

从前面的分析可知, 只要找出互相关系数的最大值所对应的时刻, 就可以确定 2 个传感器接收到信号的时差, 进而利用声发射源时差定位方法来求出声源的位置。用互相关时延估计法求时延值时, 一般要用信号的互相关分析来定位, 用 2 个信号函数的互相关和自相关求出互相关系数, 由互相关系数峰值所对应的横坐标与采样点数相减, 再乘以采样间隔得出的就是 2 个信号的时间延迟。上述互相关时延估计的算法, 可用 MATLAB 语言编程实现。

实际测试过程中, 在岩石中传播到达不同传感器的声发射信号一般是由很多模式的波组成, 同时亦夹有大量的噪声信号, 导致各传感器接收到的波形在不同程度上发生了畸变。若利用传感器接收到的多频率混杂的波形直接进行相关运算, 得到的时间差并不准确, 自然会对定位精度有影响。因此, 在相关分析之前, 应该对检测到的波形做一些预处理。为此, 可以先利用小波变换进行单一频率或某一很窄的频率段内的波形的分解, 当确定了有意义信号的频带宽度时, 提取分解后相应频带的小波系数, 再进行相关分析, 利用互相关技术确定传感器接收信号的时差, 则有利于更为准确地确定信号的时延估计值, 再进行声发射源的定位, 这样不仅可以不受波形在传播过程中的散射所带来的影响, 而且噪声的影响也可以减小。这里要注意的是, 在获得时间延迟时, 需以一信号的自相关函数作为基准。同时因两信号能量不一样, 在做互相关函数前, 应对声发射信号做归一化处理。

3 试验验证

为了验证基于小波变换的互相关时延估计方法及其据此进行声源定位的有效性, 对 6 块完整花岗岩试样进行单轴压缩加载声发射监测试验。试样尺寸为 70 mm×70 mm×150 mm。加载系统是杭州邦威机电控制工程有限公司生产的 YAG-3000 微机控制岩石刚性试验机。声发射监测系统是由加拿大 ESG 生产的 Hyperion 超声波系统, 采用 Nano30 型传感器, 其频率范围为 125~750 kHz。传感器的触发阈值设为 100 mV, 前置放大器增益设为 40 dB, 后置放大器增益为 20 dB, 采样频率设为 10 MHz。试验测得完整岩石试样的 P 波波速为 3 540 m/s。加载速率为 1.6 kN/s。该系统能够实现声发射信号的采集、波形处理和声源定位, 试验采用阈值法获取时差, 进而由 Geiger 算法进行定位。

这里以传感器接收到声发射事件点 2 739 的数

据为例加以说明。采样频率为 10 MHz, 每个信号的采样点数为 4 096 个。选择 Meyer 小波对声发射信号进行分析和处理。其频域范围为 $[1/3, 4/3]$ Hz, 对于采样时间间隔为 Δt 的声发射信号, 在某尺度 a 上小波变换所能表征的频域范围为 $[1/3, 4/3]/(a\Delta t)$, 不同尺度对应的频带有重叠。对第 1 个通道接收信号源发出的声发射信号, 进行 5 尺度分解 (尺度进行二进离散, 即 $a=2^j$) 与重构, 如图 1 为原始声发射信号及重构后的声发射信号, 图 2 为各尺度上的分量, a_5 表示第 5 尺度上的近似分量, d_5 表示第 5 尺度上的细节分量, 同理, d_1 表示第 1 尺度上的细节分量, 其余依此类推。从图 2 可以看出, 近似 a_5 与原始波形具有很大的相似性, 可见它的波形单一。

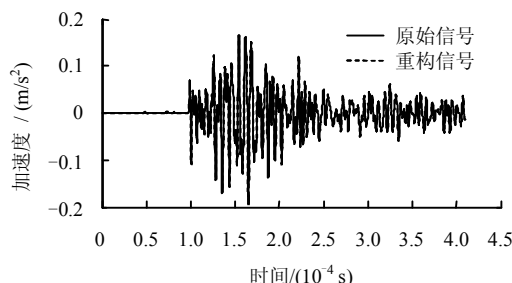


图 1 第 1 通道接收事件点 2739 的原始波形和重构后的波形

Fig.1 The original waveform of event 2739 received at channel 1 and its reconstruction

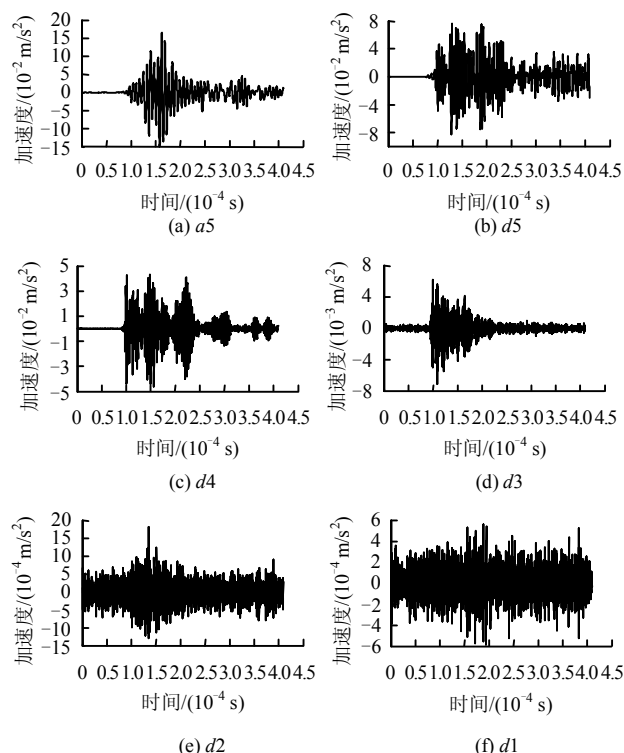


图 2 事件点 2739 第 1 通道小波分解波形

Fig.2 Decomposed waveform on first channel of Event 2739

同样, 第 2 通道接收信号源发出的声发射信号, 利用 Meyer 小波进行分解与重构, 如图 3 和图 4 所示。同样, 从图 4 可以看出, 近似 a_5 与原始波形具有很大的相似性。基于小波分解, 可以拿第 1 通道的近似 a_5 与第 2 通道的近似 a_5 作相关分析, 找出 1 和 2 通道的时差 Δt_{21} 。

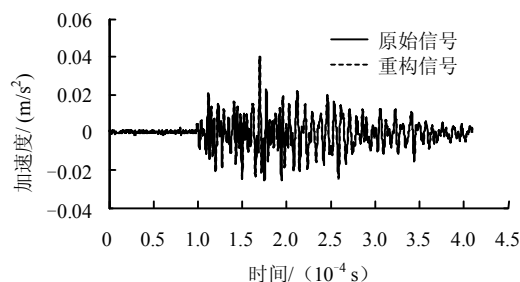


图 3 第 2 通道接收点 2739 的原始波形和重构后的波形

Fig.3 The original waveform of event 2739 received at channel 2 and its reconstruction

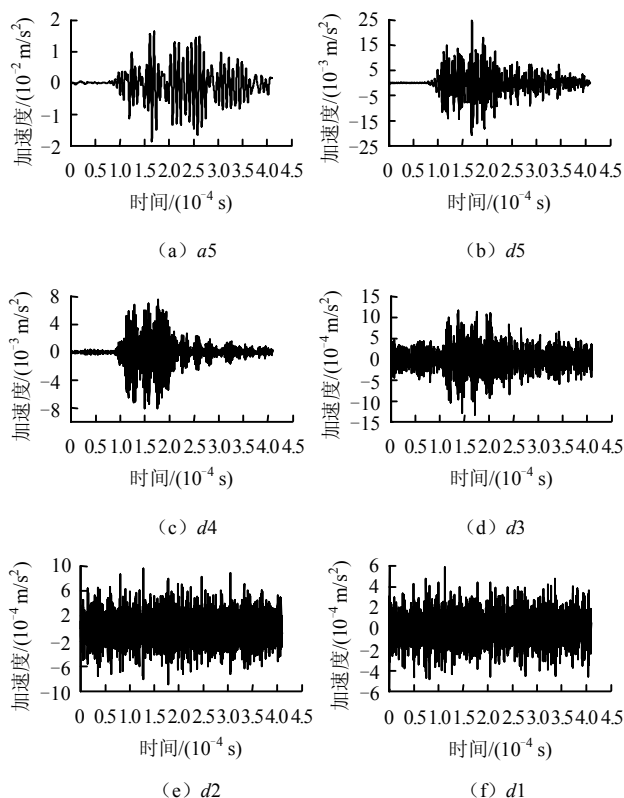


图 4 第 2 通道小波分解波形

Fig.4 Wavelet decomposition waveform at channel 2

小波分解后的互相关图如图 5 所示。从图中可以得到最大峰值所对应的时延, 即系统地输出滞后输入的时间, $N=5$ 时, 互相关系数的最大值所对应的采样点为 4 101, 由此可以确定 1 和 2 通道的时差 $\Delta t_{21} = (4\ 101 - 4\ 096) \times 10^{-7} = 0.5\ \mu\text{s}$ 。

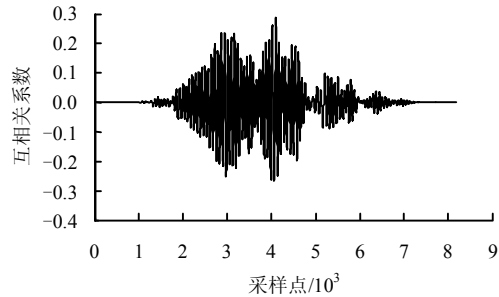


图 5 小波分解后的互相关图

Fig.5 Cross correlation map after wavelet decomposition

同理，可以得到其余任何 2 个传感器之间的时差，表 1 给出了部分事件点各通道相对于最先接收到信号通道的时差。一旦由互相关技术确定了各传感器接收到声发射信号的时差，利用时差定位法即可得到较为精确的定位结果。表 2 给出了部分声发射事件的定位结果。

表 1 部分事件点小波分解后互相关获取的传感器之间时差 $\Delta t_{i,j}$
Table 1 Time differences among different sensors determined based on cross-correlation wavelet decomposition (90 events)

序号	事件点 编号	时差 $\Delta t_{i,j} / \mu s$							
		$\Delta t_{1,j}$	$\Delta t_{2,j}$	$\Delta t_{3,j}$	$\Delta t_{4,j}$	$\Delta t_{5,j}$	$\Delta t_{6,j}$	$\Delta t_{7,j}$	$\Delta t_{8,j}$
1	1 005	9.6	4.4	6.5	10.8	5.2		2.9	6.1
2	1 332	3.3	3.6		0.8	8.6	8.2	7.3	5.8
3	2 057	6.2	6.8	2.3		23.2	23.9	23.8	22.9
4	2 653	18.6	19.5	18.0	16.4	4.8	5.9	3.5	
5	2 739	2.3	2.8	3.2	1.1	3.4	1.5	1.2	
6	4 716	4.1	1.2		3.8	4.5	2.0	3.2	2.7
7	5 617	25.8	25.2	26.4	28.2	7.3		6.6	11.1
8	6 070	19.8	20.8	21.4	23.8	6.4		3.6	8.5
9	6 131	5.2	1.6	2.8	4.5	4.8		3.8	7.2

注：i 表示最先接收到信号的传感器。

表 2 基于小波分解互相关的定位结果与试验定位结果比较
Table 2 The comparison of positioning results of cross-correlation technique based on wavelet decomposition and those of experiments

序号	事件点 编号	试验定位点			小波互相关修正后的定位点		
		x	y	z	x	y	z
1	1 005	27.93	14.073	82.88	27.88	14.73	83.24
2	1 332	26.30	43.80	61.57	28.90	43.67	62.01
3	2 057	29.61	47.49	26.80	30.41	47.33	27.35
4	2 653	33.78	47.07	107.29	33.77	48.51	106.68
5	2 739	33.64	41.83	76.27	34.39	40.80	75.79
6	4 716	26.36	30.63	72.80	27.87	30.01	72.09
7	5 617	36.37	15.90	123.20	35.66	16.02	122.55
8	6 070	33.06	20.02	112.64	32.72	19.22	112.78
9	6 131	30.46	17.57	74.40	31.00	18.61	73.37

通过得到的声发射源的试验结果，在去除掉原始数据文件中大量由于干扰噪声所形成的声发射事件后，可以得到新的检测数据文件。利用互相关技术得到的时差数据，能够得到新的定位结果。这里由于只进行了个别数据的修改，故用自编的定位程序进行计算。图 6 给出了完整岩石声发射试验中 90 个事件点的定位结果比较。与声发射物理试验比较，对相同的数据，通过小波变换处理后，采用互相关技术获取时延估计后再进行声发射源定位的结果更精确，误差更小，结果与实际破坏情况吻合良好。

可见利用小波分解再作互相关，能够很好地确定声发射信号到达时间。由此，确定的时差准确，可提高声发射源定位精度，在工程的实际应用中具有很好的参考价值。

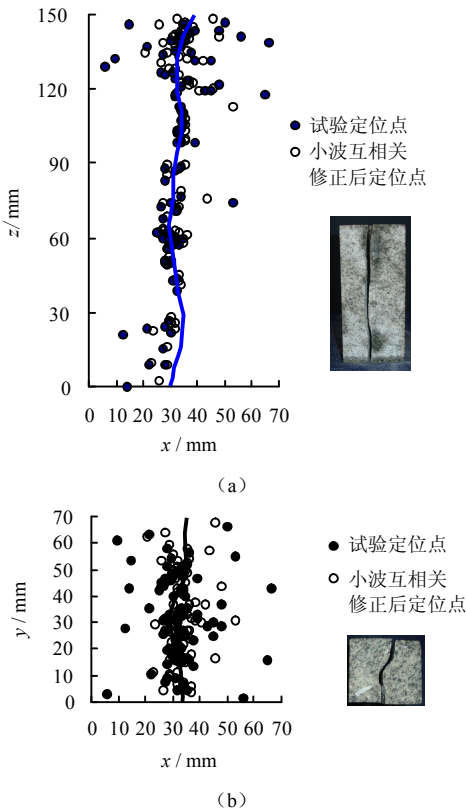


图 6 利用互相关技术的声发射源定位结果示意图

Fig.6 The schematic diagram of AE source location using cross-correlation analysis

4 结 论

(1) 针对声发射信号到时较难拾取这一难点问题，应用基于小波变换的互相关技术实现了声发射信号时延估计，为通过小波分析准确反演声发射源提供了新的研究思路和方法。该方法比传统过阈值计算到达时间的定位方法更具有理论依据，并且实现了较高精度的定位。

(2) 通过声发射试验对基于小波分析互相关技术的声发射源定位方法进行了试验验证。结果表明, 该定位方法能有效地提高声发射源的定位精度, 为准确反演声发射源提供了一种有效途径。

参考文献

- [1] 杨建波, 王阳, 高虹, 等. 小波变换用于声发射波波达时间的研究[J]. 无损检测, 2001, 23(11): 482—484.
YANG Jian-bo, WANG Yang, GAO Hong, et al. Application of wavelet transform to processing the arrival time of acoustic emission waves[J]. **Nondestructive Testing**, 2001, 23(11): 482—484.
- [2] 赵霞, 袁慎芳, 周恒保, 等. 基于声发射技术的损伤诊断 Agent 研究[J]. 中国机械工程, 2008, 19(14): 1697—1702.
ZHAO Xia, YUAN Shen-fang, ZHOU Heng-bao, et al. Research on damage diagnosis agent based on acoustic emission technology[J]. **Chinese Journal of Mechanical Engineering**, 2008, 19(14): 1697—1702.
- [3] JIAO JING-PIN, HE CUN-FU, WU BIN, et al. Application of wavelet transform on modal acoustic emission source location in thin plates with one sensor[J]. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, 2004, 81: 427—431.
- [4] JEONG H. Analysis of plate wave propagation in anisotropic laminates using a wavelet transform[J]. **NDT & E. International**, 2001, 34: 185—190.
- [5] JEONG H, JANG Y S. Wavelet analysis of plate wave propagation in composite laminates[J]. **Composite Structures**, 2000, 49: 443—450.
- [6] JEONG H, JANG Y S. Fracture source location in thin plates using the wavelet transform of dispersive waves[J]. **IEEE Transactions on trasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, 2000, 47(3): 612—619.
- [7] BENDAT J S, PIERSON A G. Engineering applications of correlation and spectral analysis[M]. New York : John Wiley and Sons Publishing , 1980.
- [8] KUPPERMAN D S. Acoustic leak detection for light water reactors[C]//Proceedings of Qualtest 1. Columbus: American Society for NDT , 1982.
- [9] WANG Q, CHU F. Experimental determination of the rubbing location by means of acoustic emission and wavelet transform[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2001, 248(1): 91—103.
- [10] KWON OH YANG, CHAN JOO YONG. Source location in plate by using wavelet transform of AE signals[C]//14th International AE Symposium & 5th AE World Meeting (Vol. 4). Hawaii: [s. n.], 1998: 9—14.
- [11] 何先龙, 赵立珍. 基于多重互相关函数分析剪切波速[J]. 岩土力学, 2010, 31(8): 2541—2545.
HE Xian-long, ZHAO Li-zhen. Analysis of shear wave velocity based an multiple cross-correlation functions[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(8): 2541—2545.
- [12] 李冬生. 结构损伤监测的声发射定位方法与邻近破坏特征[硕士学位论文 D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2003.
- [13] 彭玉华. 小波变换与工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- [14] DAUBECHIES I. Ten lectures on wavelets[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992: 17—119.

上接第 2078 页

- [10] 赵永翔, 孙亚芳, 高庆. 分析常用 7 种统计分布的统一线性回归方法[J]. 机械强度, 2001, 23(1): 102—106.
ZHAO Yong-xiang, SUN Ya-fang, GAO Qing. Unified linear regression method for the analysis of seven commonly used statistical distributions[J]. **Journal of Mechanical Strength**, 2001, 23(1): 102—106.
- [11] 薛云亮, 李庶林, 林峰, 等. 考虑损伤阈值影响的钢纤维混凝土损伤本构模型研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(7): 1987—1992.
XUE Yun-liang, LI Shu-lin, LIN Feng, et al. Study of damage constitutive model of SFRC considering effect of damage threshold [J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(7): 1987—1992.
- [12] 赵宇, 杨军, 马小兵. 可靠性数据分析教程[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2009.
- [13] 李世海, 汪远年. 三维离散元土石混合体随机计算模型及单向加载试验数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(2): 172—177.
LI Shi-hai, WANG Yuan-nian. Stochastic model and numerical simulation of uniaxial loading test for rock and soil blending by 3D DEM[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2004, 26(2): 172—177.
- [14] 吕震宙, 岳珠峰, 冯蕴雯. 韧脆转变的一种细观随机模糊统计分析[J]. 应用数学和力学, 2003, 24(10): 1027—1034.
LU Zhen-zhou, YUE Zhu-feng, FENG Yun-wen. Random-fuzzy model for the ductile-brittle transition[J]. **Applied Mathematics and Mechanics**, 2003, 24(10): 1027—1034.
- [15] 吉庆丰. 蒙特卡洛方法及其在水力学中的应用[M]. 南京: 东南大学出版社, 2004.
- [16] 张研, 张子明. 材料细观力学[M]. 北京: 科学出版社, 2006.